

Bento de Jesus Caraça e a Matemática

I*

Qualquer percepção que possa ter-se sobre Bento de Jesus Caraça não pode deixar de iluminar-se pelas palavras endereçadas aos jovens em 1933, na sua célebre palestra intitulada “A Cultura Integral do Indivíduo – Problema Central do Nosso Tempo”:

«O que o mundo for amanhã é o esforço de todos nós que o determinará. Há que resolver os problemas que estão postos à nossa geração e essa resolução não a poderemos fazer sem que, por um prévio esforço do pensamento, procuremos saber, por uma análise fria e raciocinada, quais são esses problemas, quais as soluções que importa dar-lhes — saber donde vimos, onde estamos, para onde vamos».

Era um apelo a dar poder ao pensamento, de modo a «compreender e a viver agindo no seu tempo»; mesmo num tempo difícil de ditadura férrea e avessa à cultura, em que essas palavras foram proferidas. E como era então difícil em Portugal aceder ao conhecimento! Até a Europa nos era distante!! Quanto à matemática, a muitos dos nossos melhores, vedado foi viver ensinando no seu país: António Aniceto Monteiro, Bento de Jesus Caraça, Alfredo Pereira Gomes, Hugo Ribeiro, Manuel Zaluar Nunes, Ruy Luís Gomes, José Morgado, António Eduardo Lobo Vilela, forçando ao exílio, que alguns enjeitaram como este último e Bento de Jesus Caraça ou José Sebastião e Silva.

Viver num tempo que não era ainda o seu tempo

Bento de Jesus Caraça viveu na amargura de uma «geração decapitada», nas palavras do historiador Victor de Sá, também ele perseguido pela ditadura; conseguindo a muito custo viver no seu íntimo a actualidade do que era o “*seu tempo*” e apesar disso agir num tempo que não era o seu transformando-o. Em matemática, é visível qual mundo era o seu. Bastante será indagar o seu interesse na figura revolucionária de Évariste Galois, morto em 1832 num duelo aos 21 anos e sem dúvida um dos maiores matemáticos de todos os tempos em razão de um contributo fundamental: privilegiar em aritmética não os números em concreto mas as estruturas abstractas que envolvem os problemas numéricos. Desde então a matemática, no essencial, remete para o estudo das estruturas em que evoluem os objectos matemáticos e que continuam preservadas por transformações a que se sujeitam esses objectos; a estrutura primacial sobre a qual se debruçou Galois no estudo das equações algébricas foi aquela que quase um século depois veio a chamar-se “estrutura de grupo”, sendo que no quadro original tratado por Galois, curiosamente, os objectos desse mesmo grupo eram eles próprios não números mas transformações entre números. Sobre uma importante estrutura, essencial em inúmeras aplicações e hoje presente no programa do 10º ano —a estrutura de espaço vectorial— respigo palavras de uma carta de Alfredo Pereira Gomes: «na bibliografia das Escolas portuguesas o que dizia respeito ao conceito de espaço vectorial só se tornou banal

com a intervenção de Bento de Jesus Caraça». Bento de Jesus Caraça, na sua consciência, faria seu o juízo que o então ainda jovem matemático José Sebastião e Silva fazia de si próprio: «Julgo ser homem do meu tempo, virado para os problemas do meu tempo e do meio em que vivo». A célebre frase de Karl Marx «Os filósofos têm apenas interpretado o mundo de maneiras diferentes; a questão, porém, é transformá-lo», gravada na sua pedra tumular, esteve sempre bem presente no pensamento de Bento de Jesus Caraça, ou não quisesse ele compreender o tempo e o meio em que vivia e aí viver agindo, semeando e arando sobretudo na terra fértil da juventude.

Foi com tais propósitos que Bento de Jesus Caraça se dedicou a escrever o que ele chamava “o meu livrinho de divulgação”: *Conceitos Fundamentais da Matemática*, publicado na notável colecção “Biblioteca Cosmos” de enorme e surpreendente sucesso editorial e cujos intuítos eram, nas suas próprias generosas e lúcidas palavras em propósito:

«dar ao *maior número* o máximo possível de *cultura geral*, tornar acessível a todos aquilo que as condições materiais de vida e as necessidades profissionais da especialização tornam sempre difícil, e por vezes mesmo impossível, adquirir — uma visão geral do mundo, mundo físico e mundo social, da sua construção, da sua vida e dos seus problemas. Quando falamos em *tornar acessível*, entendemo-lo de duas maneiras — pelo preço dos volumes, o qual será tão baixo quanto possível, e pela forma de tratar os problemas, que será simples, concisa, em linguagem ao alcance de todos. Procurará realizar-se a síntese destas duas exigências — *simplicidade máxima na forma de exprimir, rigor máximo na forma de expor*. Obra de vulgarização procurará sê-lo no sentido alto do termo — aquela vulgarização que *não abaixam nem deturpa*, que traz ao nível do *homem comum* o *património cultural comum*».

Ao escrever os “*Conceitos*” procurou Bento de Jesus Caraça expor o movimento das ideias que servem de fundamento à chamada análise matemática —Números, Funções, Continuidade— usando um método usado por Karl Marx no estudo da transformação das formas de produção próprias da economia política e que veio a conhecer-se por “materialismo dialéctico”, embora o termo nunca tenha sido empregue por esse autor em obra escrita. Tratava-se para Bento de Jesus Caraça de usar no campo da matemática, apropriadamente e de modo original, os princípios do materialismo dialéctico (tudo interage com tudo; nada permanece o que é; a quantidade transforma-se em qualidade; a negação da negação vai além da afirmação; cada coisa coexiste de alguma forma com o seu oposto), princípios já aflorados em parte e de modo incipiente, nos mundos da sabedoria pré-socrática, ofuscados aqui e ali por dois milénios, a Oriente e Ocidente, pelo fulgor de racionalidade da grande arma de Sócrates, condenado à morte aos 31 anos: a argumentação.

À argumentação a favor da veracidade de um enunciado —nascido como tudo na vida, da intuição, experiência, incerteza— chama-se em matemática demonstração, sujeitando-se os matemáticos, até hoje, para o efeito e por precaução voluntária à pobre lógica binária do verdadeiro e do falso, que os protege porém de ciladas e maldosas surpresas tão frequentes na nossa existência, longe dos embalos do fértil berço original onde palpitam as ideias.

E tantas são as armadilhas que Leibniz, vai para quatro séculos, houve por bem fixar certos princípios da razão (o da identidade: cada coisa tem de ser claramente definida; o da razão suficiente: tudo tem alguma razão de ser; todos os demais princípios —o da causalidade, o do terceiro excluído, etc.— a estes se reduzindo) destinados a quem se queira proteger do imprevisto mas que em boa parte conflituam com o materialismo dialéctico.

Nos magníficos “*Conceitos*”, Sócrates, Leibniz e Marx convivem harmoniosamente, tomadas que foram por Bento de Jesus Caraça necessárias precauções para passagem incólume pelas malhas da coerção do pensamento, imposta no tempo retrógrado da ditadura do Estado Novo.

Viver no presente o tempo que não será o nosso

Passe o oxímoro do título, pensando em Bento de Jesus Caraça, podemos desafiá-lo, o que é arriscado; basta porém assinalar o optimismo implícito numa enciclopédia —*Dictionaire Mathematique[sic]*— de M. Ozanam, em 1691, que rompe logo no prefácio com entusiasmo evocando «um século tão esclarecido como este, onde as Artes e as Ciências, parecem ter recebido a sua última perfeição»...!!

Reconhecendo o valor da racionalidade instituída por nobres mentores, herdeiros de Sócrates, na decisão metódica do que é verdadeiro e do que é falso, em particular em matemática, quão perplexo não teria ficado Bento de Jesus Caraça ao saber que Kurt Gödel demonstrou que em qualquer teoria matemática com alguma complexidade haverá sempre asserções indecidíveis, ou seja das quais nunca será possível saber se são verdadeiras ou falsas sob pena de se cair em contradição: Gödel ensinou-nos que um sistema de pensamento pode concluir pelos limites desse próprio pensamento.

Provavelmente Bento de Jesus Caraça exultaria com a notícia confirmando que de algum modo seria um flagrante de poder uma coisa coexistir com o seu oposto o que convidaria à passagem de um novo patamar lógico; nos “*Conceitos*” algo de semelhante sucedeu ao passar dos números naturais aos números racionais e destes aos irracionais: em ilustração prática do materialismo dialéctico.

A morte prematura de Bento de Jesus Caraça com pouco mais de 47 anos não lhe permitiu assistir a mais de uma maneira de superar as dificuldades: Edmund Husserl, matemático-filósofo, propôs substituir no alvor do século XX a noção de *inclusão* de um conjunto A num conjunto B —própria da chamada teoria dos conjuntos, na qual assentam alicerces todas as estruturas matemáticas— pela noção de *relação* de um conjunto A com um conjunto B, sendo o ganho maior a perda da antisimetria, válida apenas na teoria dos conjuntos (se A está contido em B e B está contido em A, então B é igual a A) o que significa que um dado objecto não tem que obrigatoriamente pertencer ou em alternativa não pertencer a um proposto conjunto. Husserl, falecido em 1938, nunca pôde porém desenvolver as suas ideias matemáticas em razão de uma sistemática perseguição nazi e a maior parte da sua extensa obra filosófica, providencialmente salva, só pôde ser publicada depois da sua morte.

Alexandre Grothendieck, nascido em 1928, com uma infância trágica e falecido em 2014, foi sem dúvida um dos maiores matemáticos de sempre; com amplíssima obra, observou que dada uma categoria de objectos para a qual se defina uma noção de subobjecto (por exemplo a noção de subconjunto de um conjunto no caso da categoria dos conjuntos) —chamando-se um “topos” a uma tal categoria— existe um espaço associado que fundamenta uma lógica própria; no caso da teoria dos conjuntos esse espaço reduz-se a dois pontos, e a lógica é a do “verdadeiro” e do “falso”, e por aqui se pode vislumbrar haver muitas lógicas possíveis.

Um ponto comum ao pensamento de Husserl e de Grothendieck é o facto de num mundo de objectos, sejam eles quais forem, percepções, sonhos, representações de qualquer tipo, o que mais importam não são as coisas em si mas as relações entre as coisas; estas são de certo modo como que determinadas por essas relações: o que verdadeiramente importa é o contexto das coisas.

O mesmo Leibniz (1646-1716) há pouco referido, um dos principais fundadores, como Newton (1643-1727), do cálculo infinitesimal, prolífico nos escritos —dois metros cúbicos de papel— e avaro nas publicações —um só livro publicado em vida, a *Teodiceia*— escreveu dois anos antes da sua morte, uma breve compilação numa dúzia de páginas com 90 parágrafos, considerada por muitos como o esboço da principal exposição dos princípios do seu sistema filosófico, com divulgação pública apenas em 1840 sob o nome de *Monadologia* e cujo primeiro parágrafo é: «1. A *Mónada* de que vamos falar aqui não é outra coisa senão uma substância simples, que entra nos compostos; simples, quer dizer, sem partes.». Em carta a um amigo esclarece ser uma mónada «uma substância animada infinitamente mais perfeita do que um átomo, que é sem nenhuma variedade ou subdivisão, ao passo que cada substância animada contém um mundo de diversidades numa verdadeira unidade». Se pensarmos que Leibniz, em carta famosa —único escrito em que fala de espaço— considera que espaço é «ordem do coexistente» ou seja ordem de coisas que se relacionam, e que o primeiro exemplo de espaço que refere nessa carta é uma árvore genealógica, na qual participam os ascendentes, mesmo os já mortos e esquecidos, os parentes mesmo longínquos, e os descendentes mesmo futuros, todos “coexistindo”, no “espaço das relações entre pessoas”, se assim pensarmos perceberemos o que possa ser uma mónada: uma espécie de átomo mental onde paira “um mundo de diversidades numa verdadeira unidade”. À noção newtoniana de um espaço como “receptáculo da matéria física” que hoje sabemos feita de átomos pode acrescentar-se a noção leibniziana de espaço como “receptáculo da matéria mental” feita de mónadas. Dir-se-ia que um novo mundo se encontra aberto em matemática para o qual Husserl acenou uma lógica e Grothendieck fundou uma geometria.

Bento de Jesus Caraça incita-nos, é bom não esquecer, a “resolver os problemas que estão postos à nossa geração” bem sabendo que “essa resolução não a poderemos fazer sem que, por um prévio esforço do pensamento, procuremos saber, por uma análise fria e raciocinada, quais são esses problemas, quais as soluções que importa dar-lhes — saber donde vimos, onde estamos, para onde vamos”.

II

Ora não sendo sentidos os dias de hoje, em boa parte do mundo, como tempos de paz e sendo imparável a evolução do conhecimento, cabe-nos a responsabilidade de o saber usar para o nosso bem contrariando os vícios dos que, para nosso mal, a todos afligem. Bento de Jesus Caraça, em breve vida, teve esse propósito, tratando de conhecer e agir.

Uma nova maneira de pensar desponta no mundo multipolar que aí vem, após a derrota do poder no chamado “Ocidente”, mundo vindouro incompatível com os traçados arbitrários de fronteiras coloniais e culturais, geográficas ou identitárias, inventadas sabiamente ou de modo inconsciente, facilitando o domínio de povos, envolvendo-os em guerras eternas, enquanto rapinando recursos naturais e pouco se importando com os nativos. O despertar de povos outrora brutalmente colonizados a que a memória da sua própria história, além da integração nas suas culturas do melhor da civilização ocidental, bem como a advertência para o pior de que ela foi capaz, acabará por produzir efeitos benéficos para o “Ocidente” e a humanidade em geral.

Quando morre alguém, ou uma sociedade definha, não tem que se pensar que tudo acabou, temos sim que saber que proveito nos pode ter deixado e se caso for, saber o que fazer desse legado, num futuro que passo a passo se determina e pouco a pouco se revelará. Bento de Jesus Caraça obriga-nos conformemente ao seu exemplo e com esperança, a conhecer e agir.

Viver num tempo de ruptura das sociedades e das culturas

Para imaginar o futuro é afinal a história uma preciosa ferramenta, passado e futuro deixando furtivamente desvelar-se em ambos os casos, ora inventando ora imaginando arriscadamente. Há cem anos que a história social das ideias, arredou o “indivíduo” e os “acontecimentos” —cumes da montanha do manancial histórico tradicional— dos seus pontos de partida, em favor do “colectivo” e das “rupturas” do “social”, do “económico” e da “cultura”, tendo tido nesse plano, em Portugal, papel pioneiro, na própria história Vitorino Magalhães Godinho (1918-2011) e Joaquim Barradas de Carvalho (1920-80), na economia Armando de Castro (1918-1999), na filosofia Vasco de Magalhães-Vilhena (1916-1993), todos eles sabendo conjugar áreas específicas no todo da cidadania e impedidos todos de ensinar em Portugal o que nos quatro casos só veio a ser possível, mas em breve tempo, depois do “25 de Abril”; não por acaso todos eles conheceram Bento de Jesus Caraça, e o último, nos seus 15 anos, esteve presente em 1931, na Padaria do Povo, durante a programática palestra da “Cultura Integral do Indivíduo” bem como no “Curso de Iniciação Matemática”, da responsabilidade de Bento de Jesus Caraça —53 lições ao longo de dois anos— projecto de educação popular da Universidade Popular Portuguesa, fundada em 1919 sob a direcção do

matemático António Augusto Ferreira de Macedo (1887-1959) —mais um demitido da Universidade em Portugal— sucedendo-lhe Bento de Jesus Caraça no final de 1930.

“Educar” não significava já para estes dois, como assinalou o historiador António Manuel Hespanha (1945-2019), a litania de “transmitir valores feitos, fórmulas acabadas para viver ou receitas prontas para conviver” mas então como hoje deveria ser “ensinar a viver na incerteza e, na incerteza, construir arriscada mas prudentemente, humilde mas corajosamente, as pequenas grandes certezas de que necessitamos para viver”.

Em duas pequenas frases Vitorino Magalhães Godinho e Joaquim Barradas de Carvalho dão-nos duas achegas para oportunamente entendermos o que aí vem; um apontando corajosamente para a desadaptação ao seu campo de uma lógica curta: «a crítica histórica é a arte de distinguir o verdadeiro do falso e do plausível» e outro apontando a longa duração plana e armadilhada entre picos montanhosos do progresso:

«para além de ver o cume da montanha, grande momento de ruptura, temos a encosta, a planície e vales e vales profundos e recônditos»; situação tão bem figurada por Antonio Gramsci: «o velho mundo está morrendo, o novo tarda em surgir. E neste claro-escuro nascem os monstros».

Conviver com a “irrazoável eficácia das matemáticas”

A lógica aristotélica, a do “verdadeiro” e do “falso” prestou enorme serviço à humanidade ao impor as exigências da argumentação socrática —e tanta falta faz todos os dias!!— e até há pouco tempo foi um dos dois pilares de controlo da racionalidade, sendo o outro o do confronto com a experimentação sistemática; porém o espectro da actividade científica alargou-se e há que ir além de Aristóteles, embora como disse Arnold Schönberg, o compositor-matemático pioneiro na música contemporânea, “ainda há muita música boa a fazer em dó maior”.

É o que ocorre quando se pensa nos progressos da ciência contemporânea: o Universo é constituído no essencial por 70% de “energia escura” e 26% de “matéria negra” e só 4% de matéria feita de átomos e moléculas —a única a que temos acesso— e excluindo os gases intergalácticos, só restariam 0,4% para as estrelas e outros corpos celestes! O vazio não seria na realidade bem vazio pois teria de haver um resíduo irreduzível (candidato maior para explicar a misteriosa energia escura). A probabilidade para que uma bola de pingue-pongue atravessasse uma parede espessa não será realmente nula (o chamado “efeito túnel”) o que nos obriga a fazer dramáticas concessões ao nosso bom senso, sem as quais não poderiam explicar-se certos fenómenos da nanotecnologia que usamos todos os dias nos nossos telemóveis!! A transmissão instantânea de dados —a teleportação, sem deslocação material— não seria impossível (o que pareceria *a priori* contrariar o postulado maior da teoria da relatividade sobre a inultrapassável velocidade da luz) abrindo portas à computação quântica, mas a teleportação já foi experimentalmente verificada!!! O fenómeno da chamada

intrincação quântica —ou seja, à laia de metáfora, “tu estares longe, e de repente eu ser tu e tu seres eu” — é um fenómeno já em uso, pasme-se!!, no fabrico de sofisticados sistemas de registo, do tipo USB!!!! Uuuf !!!!!

Uma física diferente poderá exigir uma matemática diferente e detrás dela uma lógica diferente. Mas o abuso de usar uma ferramenta fora do âmbito a que se adequa foi o erro comum dos abusadores do positivismo e do reducionismo mais absoluto, como errado seria pensar que a verdade experimental tal como a verdade racional o possa ser fora do seu âmbito; José Tiago de Oliveira, matemático e estatístico inquiriu num pequeno artigo luminoso em 1965 (*Nótula em torno do conceito de verdade*, na revista «O Tempo e o Modo», nº31) acerca das validações experimentais de uma lei ou teoria científica no quadro de um contexto determinado, limites bem conhecidos por qualquer cientista: «Regra alguma pode ser completamente verificada!». Voltando a Schönberg: nem por isso se pode pôr em dúvida o valor da observação e da experimentação; nem tampouco por isso nos renderemos a velhas curiosas e hábeis ambiguidades aforísticas elevadas a profundas novas portas da verdade.

O que é surpreendente para alguns é a aplicabilidade das ideias e teorias matemáticas fora do contexto aparente em que foram concebidas, assunto tratado em 1960 num célebre artigo de Eugene Wigner (prémio Nobel da Física em 1963), intitulado *A irrazoável eficácia da Matemática nas Ciências Naturais* (*The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*, «*Communications on Pure and Applied Mathematics*», nº13(1)); seria muito fácil elencar exemplos de teorias matemáticas iniciadas muito longe de áreas em que receberam aplicação: Raffaele Bombelli (1526-1572) inventou os números imaginários, ditos modernamente os números complexos, deles dando conta num livro, *L'Algebra*, publicado no ano em que morreu e a primeira aplicação fora da matemática teve lugar em meados do século XIX no quadro da corrente eléctrica alternada, única forma adequada à transmissão da electricidade a longa distância.

Lobachevskii (1792-1856), foi um matemático pioneiro na geometria não-euclidiana — assunto que viria a encontrar a sua primeira aplicação na teoria da relatividade de Einstein — e são dele estas palavras: «Não há ramo da matemática, por mais abstracto que seja, que não possa aplicar-se algum dia nos fenómenos do mundo real».

Esta convicção na razoável adequação da matemática ao mundo natural, comum nos matemáticos, Bento de Jesus Caraça sendo um deles, remete em subterfúgio, para uma das cartas do ibérico Séneca (4a.C.-65 d.C.): «Que é a razão? A imitação da Natureza.».

No momento presente em que a Natureza é violentamente desprezada em favor do uso abusivo das aplicações da técnica ao serviço da desinformação e da guerra, lembremos o primeiro verso de um poema de Emily Dickinson (1830-86), «Mais vasto o Cérebro – que o Céu —», e acreditemos que o desenvolvimento surpreendente das neurociências no século XXI e em particular no estudo das relações entre cérebro, corpo e consciência entusiasma Bento de Jesus Caraça, ou não tivesse o neurologista António Damásio sido por ele incitado, indirectamente, a ir para os Estados Unidos investigar sobre o cérebro humano, ou não fosse

ele o editor do livro de Augusto Celestino da Costa, sobre esse tema, em volume duplo na Biblioteca Cosmos: *O Corpo Humano-Sistema Nervoso* (Vol.III e IV) nº66-67.

Bento de Jesus Caraça bem perceberia que a lógica do futuro e boa parte da matemática de hoje no horizonte serão fundamentais nesse desenvolvimento.

É natural que em cada geração as novidades tecnológicas devam ser aproveitadas por todos mas seria errado esquecer que a tecnologia progride mais por evolução e a ciência sobretudo por mutação, e para o desenvolvimento harmonioso de uma atrás da outra é determinante o controlo e o estímulo do ambiente social e cultural.

Um futuro patamar de racionalidade desponta do que a humanidade possa operar com estas ideias, com menos radicalismos, menos fronteiras, menos identidades e mais contextualização das situações, mais tolerância, mais paz, livres da tirania das certezas do verdadeiro e do falso, que valeu tanto benefício e tanto mal.

Bento de Jesus Caraça gostaria de saber desse futuro.

Lisboa, 30/04/ 2026

Paulo Almeida almeidp@gmail.com

* 1) O essencial desta Parte I foi incorporado no catálogo da EXPOSIÇÃO BENTO DE JESUS CARAÇA 125 ANOS inaugurada no ISEG (Instituto de Economia e Gestão) no dia 18 de Abril de 2026; ver página digital <https://associacaobentodejesuscaraca.pt/>

2) Sobre a obra matemática de BJC leia-se o artigo de Natália Bebiano, «Contributo para o Estudo da Obra Matemática de Bento de Jesus Caraça» na revista *Análise*, nº13,1990, pp161-173.

Para compreender o contributo de BJC na criação de condições para a investigação matemática em Portugal, de que BJC não pôde beneficiar-se, veja-se o livro de Alberto Pedroso, «Bento de Jesus Caraça – Semeador de cultura e cidadania», ed. Campo das Letras, 2007.

Pode ser útil a leitura de dois textos meus distribuídos por ocasião de duas palestras; uma em 29 de Outubro de 2012, intitulada *70 anos dos Conceitos Fundamentais da Matemática de Bento de Jesus Caraça*, outra em 18 de Abril de 2021, por ocasião dos 120 anos do nascimento de BJC, intitulada *Dos Conceitos Fundamentais da Matemática de Bento de Jesus Caraça à compreensão do “nosso tempo”*; esses textos estarão disponíveis digitalmente através do endereço almeidp@gmail.com a quem o solicitar.