

Carta a António Sérgio-crítico

Meu caro amigo

1. Estou desolado. Li a sua *Réplica sem severidade a um severo amigo* e estou em sérios embaraços para lhe responder. É que não sei pròpriamente a quem. Com efeito, aparecem nessa *Réplica* dois Sérgios muito diferentes e até, em certos caracteres, opostos.

Um é o Sérgio apóstolo do espírito crítico, da serenidade de julgamento, o que interpreta e explica, o que, iluminando-se a si, ilumina os outros — é o *Sérgio-crítico*. Outro, é um indivíduo bulhento, que não cuida do valor dos argumentos nem da solidez das posições, que toma tudo quanto lhe vem à mão para atirar sobre o adversário, que contradiz a sua própria doutrinação de crítico não se obrigando a tomar as atitudes que exige que os outros tomem para consigo, que se compraz em habilidades verbais e se queixa de que lhe armam labirintos de palavras — é o *Sérgio-polemicante*.

Ora, se é um real prazer discorrer em companhia do primeiro, é muito aborrecido ter que lidar com o segundo. Com aquele, a discussão decorre numa atmosfera saudável e estimulante, de aberto confronto de pontos de vista que, se não leva a um acordo, tem pelo menos o mérito de esclarecer bem as divergências. Com este, o polemicante, as coisas tendem a tomar o aspecto deprimente e intelectualmente raquítico de um dize-tu direi-eu de onde nada pode sair senão maior obscuridade e perda de tempo para todos nós.

Mas como, na dita *Réplica*, o polemicante toma várias vezes o passo ao crítico, eu não posso deixar de dizer-lhe algumas palavras, por grande que seja a contrariedade que isso me causa — sempre fugi dos polemicantes e até hoje tinha conseguido evitá-los.

Lembrei-me então de que o meu Amigo, o Sérgio-crítico, me poderia ajudar neste passo difícil, prestando-se a transmitir ao Sérgio-polemicante as simples observações que seguem. Depois, ficaremos os dois a conversar um bocado.

I. Comece, meu Amigo, por convencê-lo de que não é António Sérgio a única pessoa que usa reflectir sobre os problemas acerca dos quais escreve; que o facto de se não concordar com ele não significa necessariamente ausência de espírito de compreensão nem falta de vontade ou de clareza de entendimento. A *Réplica* está toda ela cheia desta erva daninha, abafadora do juízo crítico — porque é que não concorda comigo? não vê que eu, António Sérgio, não posso deixar de ter razão? pense, ilumine-se, e verá que passa a concordar!

Se Sérgio-polemicante tivesse admitido esta coisa simples — que os outros, embora discordando dele, também reflectem — ter-se-ia poupado à situação pouco invejável de ter vindo expontaneamente acusar de *confusão* um homem que a não tinha cometido. Dá-se ainda a circunstância de ele não se ter apercebido, conforme se vê na *Réplica*, da delicadeza dessa situação. Mostra-o com toda a evidência a explicação que dá *da sua própria confusão*: ...«falava-se de *Forma* e também de Platão, e por isso supus que era à *Forma* platónica que se referia o trecho de onde decidi partir. Explica-se-me agora...» Explicou-se-lhe o que estava bem claro a quem tivesse lido o livro com dois dedos de atenção e com uma parcela daquela boa-vontade que Sérgio exige que tenham para consigo.

Se o caso se tivesse passado assim comigo, eu não me teria permitido voltar a escrever sobre o assunto sem que as minhas primeiras palavras fossem para pedir desculpa ao meu interlocutor pela leviandade da acusação. Mas Sérgio-polemicante não cuidou disso; a essa atitude preferiu não fazer a distinção entre *divergência* de pontos de vista e *confusão* mental, retomando naquele pé o que inicialmente colocara neste, e ir esmaltando as suas considerações de algumas *amabilidadesinhas amarelas* (queira perceber! é tão bom o entender! (1)) culminando naquela peregrina acusação de eu «considerar como obra de cultura autêntica o deliciar-me (e habituar os outros a deliciarem-se!) na total incompreensão de um génio», acusação que seria moralmente muito grave se não fosse simplesmente ridícula.

(1) Decididamente, a esse método prefiro o da severidade.

II. Faça, meu Amigo, sentir a Sérgio-polemicante que vale mais abandonar uma posição do que procurar à toa argumentos que mais a agravem (2). Isto vem a propósito da insistência de Sérgio-polemicante sobre a pobre questão da *operação algébrica*. Convença-o de uma vez para sempre de que não há nada em Matemática a que possa dar-se esse nome e de que de nada serve agarrar-se a uma passagem de um livro meu em que falo de *adição-algébrica* — nome particular dado à síntese da adição e da subtracção.

Esclareça-o, a este respeito, dizendo-lhe que em Matemática estamos habituados a fazer juízos apenas sobre entidades que estejam em qualquer destes dois casos — ou sujeitas a uma definição, ou tomadas como conceitos primitivos acompanhados de um conjunto de axiomas; num caso ou noutro, elas aparecem em seguida caracterizadas por um conjunto de propriedades deduzidas da definição ou do conjunto de axiomas.

Quando falamos de *adição algébrica*, referimo-nos a qualquer coisa de bem definível e caracterizado por um conjunto de propriedades bem conhecido. Mas, não há nada, que eu saiba, em Matemática, definido e caracterizado como a *operação algébrica*. A argumentação de Sérgio-polemicante de que «a operação algébrica é, na linguagem de Sérgio, a designação comum para todas as operações como entidades algébricas» não tem qualquer base matemática de sustentação. Veja-se por exemplo o que se passa com as multiplicações: se X e Y são duas variáveis representativas de conjuntos de números reais, a multiplicação $X.Y$ é definida de determinada maneira e tem determinadas propriedades; se X e Y são matrizes, a multiplicação $X.Y$ é definida doutra maneira e tem outras propriedades em geral. O que é então a *multiplicação algébrica*? a multiplicação de números reais, com umas propriedades? a de matrizes, com outras? a de quaterniões? as de vectores? a de tensores? E todas as outras operações que se podem definir sobre entidades algébricas — a passagem ao limite, a derivação, a integração, etc. — tudo isso vai para o *saco* da operação algébrica sergiana?

(2) Não fica mal a ninguém dizer que errou; fica mal sim, agarrar-se ao erro, fechando-se à evidência.

II. Faça, meu Amigo, sentir a Sérgio-polemicante que vale mais abandonar uma posição do que procurar à toa argumentos que mais a agravem (2). Isto vem a propósito da insistência de Sérgio-polemicante sobre a pobre questão da *operação algébrica*. Convença-o de uma vez para sempre de que não há nada em Matemática a que possa dar-se esse nome e de que de nada serve agarrar-se a uma passagem de um livro meu em que falo de *adição-algébrica* — nome particular dado à síntese da adição e da subtração.

Esclareça-o, a este respeito, dizendo-lhe que em Matemática estamos habituados a fazer juízos apenas sobre entidades que estejam em qualquer destes dois casos — ou sujeitas a uma definição, ou tomadas como conceitos primitivos acompanhados de um conjunto de axiomas; num caso ou noutro, elas aparecem em seguida caracterizadas por um conjunto de propriedades deduzidas da definição ou do conjunto de axiomas.

Quando falamos de *adição algébrica*, referimo-nos a qualquer coisa de bem definível e caracterizado por um conjunto de propriedades bem conhecido. Mas, não há nada, que eu saiba, em Matemática, definido e caracterizado como a *operação algébrica*. A argumentação de Sérgio-polemicante de que «a operação algébrica é, na linguagem de Sérgio, a designação comum para todas as operações como entidades algébricas» não tem qualquer base matemática de sustentação. Veja-se por exemplo o que se passa com as multiplicações: se X e Y são duas variáveis representativas de conjuntos de números reais, a multiplicação $X.Y$ é definida de determinada maneira e tem determinadas propriedades; se X e Y são matrizes, a multiplicação $X.Y$ é definida doutra maneira e tem outras propriedades em geral. O que é então a *multiplicação algébrica*? a multiplicação de números reais, com umas propriedades? a de matrizes, com outras? a de quatérnions? as de vectores? a de tensores? E todas as outras operações que se podem definir sobre entidades algébricas — a passagem ao limite, a derivação, a integração, etc. — tudo isso vai para o *saco* da operação algébrica sergiana?

(2) Não fica mal a ninguém dizer que errou; fica mal sim, agarrar-se ao erro, fechando-se à evidência.

De modo que enquanto Sérgio-polemicante não der a definição e as propriedades de «a operação algébrica» eu não posso tomar a sério neste particular a «linguagem de Sérgio». Há um limite para a liberdade de linguagem em Ciência, como há um limite para a desafinação em Música.

Se, depois disto, Sérgio-polemicante continuar ainda a ver nas minhas considerações «labirintos de questões de palavras», verdadeiramente não sei que lhe faça, mas espero que o meu Amigo, com o seu poder de persuasão, consiga levá-lo à atitude de *querer perceber*.

Diga-lhe que depois da passagem da adição das maçãs ou dos surrões para a adição algébrica, correu na Matemática muita água sob as pontes. Dê-lhe a ler um livro de Álgebra Moderna e acabemos com isto.

III. Uma terceira coisa que eu desejaria, era que o meu Amigo convencesse Sérgio-polemicante a não o comprometer tão escandalosamente, pelo menos, como desta vez o faz. Passa Sérgio-crítico parte de uma vida de bom trabalho a lutar pelo esclarecimento, contra a atitude primária de se julgar que se conhece uma coisa antes de a penetrar bem pelo intelecto, a chamar a atenção para as dificuldades das coisas que parecem simples, e vem Sérgio-polemicante e duma penada arraza tudo, pretendendo apresentá-lo como um frei-Tomaz e tirar-lhe autoridade para prosseguir no seu bom labor! Faz pena ver um espectáculo assim!

Ora é o caso que, como de curvas se tratava na sua primeira *Nota*, eu julguei dever chamar-lhe a atenção para as dificuldades que a noção de *curva* apresenta, exprimindo a minha dúvida sobre se os matemáticos se teriam já posto de acordo sobre tal noção *em geral*. E que fez Sérgio-polemicante? pôs-se a rir! Como deve ter sido doloroso para si — Sérgio-crítico — o eco dessa gargalhada!

Mas não ficou por aí o endemoninhado homem. Argumentou (?) que nenhum homem de ciência — Einstein, Broglie, Langevin — vacila em falar de curvas e que eu próprio (para cúmulo de contradição!) em vários passos de livros meus, falo de curvas e estudo curvas. Só se esqueceu duma coisa — de que, no citado *Cálculo Vectorial*, resolvo alguns problemas sobre curvas *cujas equações satisfazem a determina-*

das condições analíticas (3); de que, no passo citado dos *Conceitos Fundamentais da Matemática*, tomo, para definir uma função, *uma curva que seja cortada num e num só ponto por qualquer paralela ao eixo OY*. Nada disto contou para Sérgio-polemicante! Esclareça-o, meu Amigo, e se julgar que isso pode ajudá-lo nalguma coisa, e já que ele parece ser leitor assíduo dos meus livros, aconselhe-o a ler as páginas 259 a 262 do 2.º Volume das minhas *Lições de Álgebra e Análise*, onde procurei traçar sucintamente um quadro da evolução do conceito de curva plana. Talvez assim lhe passe o extemporâneo riso e se torne mais permeável às razões e intenções dos outros.

IV. Alguns outros pontos importantes merecem ainda a sua intervenção junto de Sérgio-polemicante, como seja aquele surpreendente método de interpretação de textos com que nos brinda no começo da *Réplica*, a *pequenina experiência* de substituir num passo de Platão *figuras por protões, electrões, etc.*; como seja a não menos surpreendente explicação que nos dá para a sua atribuição de *inimaginável* à *Física de Einstein* — o facto de não sermos capazes de *imaginar* um espaço a quatro dimensões. Mas a respeito destes e outros pontos deixo que Sérgio-crítico, na paz do seu gabinete, converse longamente com Sérgio-polemicante.

2. E agora, afastado o intruso que se sentou à sua mesa de trabalho enquanto o meu Amigo redigia a sua *Réplica*, vamos ficar só os dois e vamos retomar a discussão dos principais pontos em que estamos em discordância e em que vale a pena falar.

O primeiro diz respeito à sua afirmação, feita na *Nota* e defendida na *Réplica*, de que «afirmar a ideia do primado do número significa repetir Platão». Não concordo, pelas razões que passo a expor.

Comecemos por colocar o problema na sua perspectiva histórica. É bem sabido que a *Escola Pitagórica*, muito mais de um século antes de Platão, havia visto nos números as realidades primordiais do Universo

(3) Cujo enunciado vem logo a seguir aos títulos dos parágrafos; não levava na realidade muito tempo a descobrir!

e havia erigido os números em princípios explicativos de todos os seres; nas palavras de Aristóteles, os Pitagóricos viam «o Céu inteiro como harmonia e número». É sabido também como a descoberta das irracionalidades veio abalar esta concepção, mostrando que ela, no estado que atingira o conceito de número, era insustentável.

De então para diante, dois caminhos se encontravam abertos aos filósofos gregos — ou elaborar um conceito mais geral de número que o tornasse apto a reassumir o *primado* que a *Escola Pitagórica* lhe reclamara, ou procurar algures princípios racionais de explicação científica. É também sabido que os esforços falharam no primeiro caminho e que o conceito de número, até à época da produção intelectual de Platão, poucos ou nenhuns progressos fizera sobre o estado em que os Pitagóricos o deixaram.

Que fez Platão em face desse dilema? Reelaborou o conceito de número? Fiz já esta pergunta sem que obtivesse qualquer resposta na sua *Réplica*. É para mim ponto assente (e nisso não faço mais que seguir os historiadores da Matemática) que Platão o não fez ou, se o fez, disso não ficaram vestígios nem nos seus escritos nem na sua Escola — a *Academia*. O que Platão fez, no caso particular da Geometria, foi reelaborar o conceito de figura geométrica, procurando *o que as figuras são em si*, independentemente das representações sensíveis que delas possamos obter — livres de nascimento e morte, estes ligados ao sensível.

Platão chamou a atenção para o facto de que uma recta, um quadrado, uma circunferência, são, em si mesmas, outra coisa que as palavras com que as podemos definir, ou os traços sensíveis com que as podemos representar, outra coisa ainda que as *relações métricas* que nessas figuras possam ser descobertas. O passo que na *Réplica* cita, a este propósito, da *República*, é bem concludente — lá se diz que «os raciocínios dos géometras não gravitam sobre o quadrado nem sobre a diagonal, tal como a traçam, mas sim sobre o quadrado *tal como em si mesmo ele é*, etc.». Outros passos da *República* abundam na mesma orientação; veja por exemplo aquela passagem do livro sétimo em que ele se insurge contra os que em Geometria apenas falam em «quadrar, prolongar, juntar» enquanto «a Geometria tem por objecto o conhecimento daquilo que é permanentemente e não do que nasce e morre».

Há nestas passagens algum vestígio da ideia de primado do número? Não o consigo descobrir. Se alguma coisa desse género houvesse, ela transpareceria certamente nalgum dos muitos escritos em que Platão se ocupa do assunto.

Mas tal não vejo que aconteça. Por exemplo, na Carta VII (da edição da Colecção das Universidades de França) dirigida a *Dion e seus amigos*, escrita na última fase da vida de Platão (passados os setenta anos) ele volta a ocupar-se do assunto nos seguintes termos: «*Em todos os seres distinguem-se três elementos que permitem adquirir conhecimento deles; esse conhecimento é o quarto elemento; deve colocar-se em quinto lugar o objecto, verdadeiramente conhecível e real. O primeiro elemento é o nome; o segundo a definição; o terceiro a imagem. Seja um exemplo, para compreender o meu pensamento, e applicai-o a tudo. Círculo, eis qualquer coisa de expresso, cujo nome é aquele mesmo que acabo de pronunciar. Em segundo lugar a sua definição, composta de nomes e verbos: aquilo cujas extremidades estão a uma distância igual do centro; tal é a definição daquilo que se chama redondo, circunferência, círculo. Em terceiro lugar, o desenho que se traça e se apaga, a forma que se dá ao perímetro, e que morre. Mas o círculo em si, ao qual se referem todas estas representações, não sofre nada de semelhante, porque é de outra natureza. Em quarto lugar, o conhecimento, a inteligência, a opinião verdadeira, relativas a estes objectos: elas constituem uma só classe e não residem nem nos sons proferidos, nem nas figuras materiais, mas nas almas. Por onde é evidente que elas se distinguem do círculo real e dos três modos de que falei. Destes elementos, é a inteligência que, por afinidade e semelhança, se aproxima mais do quinto elemento; os outros afastam-se mais.*»

Onde há, em tudo isto, qualquer ideia de *primado* do número? Se conhece algum texto onde essa ideia venha afirmada, apresente-o e discuti-lo-emos. Enquanto o não fizer, o são espírito crítico obriga a pôr de reserva a sua afirmação como insuficientemente provada.

Eu estou em crer, mas abandonarei esta opinião se me for provado que é errónea, que o meu Amigo não distingue nesta questão duas coisas muito diferentes — a existência de *propriedades métricas* das figuras e a intervenção do número como agente explicativo dessas e *doutras* propriedades. Sabe-se bem, com efeito, que da equação duma

curva se podem deduzir não apenas as suas propriedades métricas mas ainda outras, tais como a sua forma, a existência de máximos e mínimos, de inflexões, de pontos múltiplos, de descontinuidades, etc. Que tudo isto, em última análise, se deduza de relações de números e de variáveis representativas de conjuntos de números, é um facto que a Geometria Analítica, 2.000 anos depois de Platão, veio provar.

Mas essa ideia não estava na mente do filósofo; nela a intervenção do número limitava-se às propriedades métricas — descobertas pelos geómetras que o precederam e algumas que porventura ele tenha estabelecido (o caso não é certo) — e integrava-se no *quarto elemento*; acima, a *curva em si*: nada de primado numérico!

Não estava *nem podia estar*. O estado de elaboração do conceito de número *não o permitia*. Se Platão o fizesse, ele teria, a mais de um século de distância, reincidido no erro dos primeiros pitagóricos, armando em princípio explicativo do Universo um conceito insuficientemente elaborado. Para ser mais preciso — a afirmação pitagórica do primado do número foi *no seu tempo* uma *verdade*, uma orientação progressiva, e seria *no tempo de Platão* um *erro*, uma atitude regressiva. Deste erro se livrou Platão, e a penetração do seu espírito conseguiu imprimir à Geometria um outro rumo, *progressivo no seu tempo* — o de chamar a atenção para aquilo que uma recta, uma circunferência, etc. são, idealmente, como linhas sem espessura, independentes das suas representações sensíveis.

De modo que, se esta minha interpretação é verdadeira, e conservá-la-ei até me ser *demonstrado* que é falsa, é o meu Amigo quem, na sua idolatria por Platão, o priva, no fundo, daquele papel progressivo que teve no seu tempo quanto ao esclarecimento dos fundamentos da Geometria. E chegamos assim a uma situação que um Thomas Mann não desgostaria talvez de descrever — a de que sou eu, o que *se delicia na incompreensão de Platão*, quem afirma e reclama uma atitude progressiva do filósofo, libertando-o daquela posição de *Bandarra da ciência* que o meu Amigo lhe quer fazer tomar.

Esta mesma situação se aplica, *mutatis mutandis*, à sua interpretação da cosmogonia de Platão. Não há nela, no que respeita a relações numéricas, mais do que fora já afirmado por filósofos anteriores e a sua interpretação de que o «céu inteligível» do filósofo seja, *na mente*

dele, a imagem do conjunto de equações da astronomia matemática, parece-me desprovida de qualquer base científica.

3. Ocupemo-nos agora da questão das relações de Sombra a Forma, sua interpretação e interferência na Matemática. A nossa divergência aqui começou nas apreciações diferentes acerca da legitimidade da atribuição das relações de Sombra-Forma aos vários conceitos de número em ordem crescente de generalidade. À sua afirmação de que tal atribuição é legítima opus na minha *Resposta* duas objecções — a primeira de carácter lógico, a segunda de carácter histórico.

Quanto à primeira, afirmei que o facto de os números complexos serem mais gerais que os reais, estes mais gerais que os racionais e estes mais que os inteiros era uma questão diferente de uns poderem ser considerados como Formas de que os outros são Sombras. Contra isto argumenta agora o meu Amigo que este facto «*não é tal outra questão porque está relacionado com a verdadeira questão: já que o maior grau de generalidade da classe provém da inclusão nesta mesma classe de números que se encontram a maior distância, psicológica e lógica, da intuição sensível donde se parte*». Se não é outra questão é a mesma, isto é, a passagem de classes menos gerais a mais gerais reveste-se das mesmas características que a passagem de Sombra a Forma. Ora, em que consiste esta? — no trânsito para um grau superior de inteligibilidade (veja que não emprego aqui o termo inteligibilidade em sentido *absoluto*) que nos faz encontrar na classe mais alta a verdadeira essência da mais baixa, no mesmo sentido em que Platão na *República* nos explica o trânsito da *opinião* para o *conhecimento*.

A identificação destes dois conceitos — passagem de *menos geral* a *mais geral*, passagem de *Sombra a Forma* — levar-nos-ia em Matemática muito longe, como vou mostrar-lhe por alguns exemplos.

Dos números inteiros aos números complexos a n unidades vai (em sua opinião) uma escada de Formas, por consequência é nos números complexos a n unidades que nós devemos encontrar a *verdadeira essência*, o *objecto verdadeiramente conhecível e real*, dos números inteiros. Mas aqueles possuem propriedades diferentes das destes. Como conciliar estes dois factos?

Pelas mesmas razões, nós devemos procurar a *verdadeira essência*,

o *objecto tal como ele é*, do espaço euclidiano tri-dimensional no *espaço de Hilbert*, a uma infinidade de dimensões.

Por outro lado, a complexidade crescente de elaboração mental, só por si, o afastamento progressivo do sensível, não se reveste em Matemática dos caracteres da relação *Sombra-Forma* platonianas. Veja, por exemplo, a *classificação de Baire* das Funções. Se as classes sucessivas de Baire estão entre si como *Formas a Sombras*, devemos procurar a verdadeira essência das funções contínuas e com derivada nas funções de classe n (n inteiro e positivo qualquer). Mas aqui debatemo-nos numa situação embaraçosa — é que, não se conhecendo nenhuma função de classe 10 por exemplo (apesar de se saber que existem funções de classe 10) nós devemos ir procurar a *verdadeira essência* de funções que bem conhecemos noutras que nos são desconhecidas.

Não será mais fácil reconhecer que as relações de *Sombra a Forma* são totalmente insuficientes para dar conta das relações de *menos geral a mais geral*, das relações de complexidade crescente de elaboração mental, em Matemática? Que estas, na sua enorme variedade e riqueza, ultrapassam aquelas de muito longe?

A objecção de carácter histórico que lhe pus responde o meu Amigo com a sua interpretação do termo *representação*. Além de que essa sua interpretação é muito discutível, o seu argumento desloca a questão do pé em que a coloquei e que é o único que para o caso interessa. Com efeito, importa pouco saber qual é o significado que António Sérgio dá à representação geométrica dos complexos a duas unidades. O que importa é saber se essa representação, pelo que tem de visual, logo de sensível, ajudou ou não os matemáticos a completar a teoria desses mesmos complexos. Aí é que está a questão — eu disse que sim e mantenho-o; e António Sérgio, que diz?

4. Passemos agora a outro ponto de discordância a propósito desta mesma questão das relações de *Sombra-Forma*. É aquele que diz respeito às relações da equação duma curva com a própria curva. Disse na minha *Resposta* que era esta, das suas afirmações da *Nota*, a que merecia mais cuidado exame por ser a melhor sustentável, e chamei a sua atenção para algumas dificuldades que ela no entanto levantava.

Da resposta que agora me dá, vale a pena considerar somente o que diz respeito ao que chama *tradução mediata* e *imediata*. Com efeito, parte dessa resposta não foi escrita por si, mas pelo polemicante, e dela tratei já; da segunda parte não me ocuparei porque todo o seu raciocínio se apoia sobre relações de *analogia* sem base científica. Eu falei em relações de curvas com as suas equações e o meu Amigo responde-me acerca de pais e filhos e compradores de automóveis Ford. A questão continua inteira como eu a pus — é admissível, à face dos textos de Platão, que uma mesma *Sombra* tenha uma *infinidade* de *Formas* (e não apenas *muitas!*)? Sim ou não? E se tem, como se relacionam umas com outras?

Vejamos então o que se passa com a *tradução mediata* e *imediata*. Começa o meu amigo por uma longa digressão, só justificável por se dirigir, como diz, a *caloirinhos* em Matemática. E já que de *caloirinhos* se trata, deixe-me fazer algumas observações prévias, não vão eles ficar perplexos perante alguns aspectos dessa digressão.

Em primeiro lugar, a figura 2 está muito mal feita, ou melhor, essa figura tal como está não permite os raciocínios do texto; para eles serem válidos, o ângulo das duas rectas devia ser 90 graus quando é apenas de 30. Se o meu Amigo, em vez de se pôr a filosofar sobre a operação de medição, tivesse agarrado num transferidor e *medido* o seu ângulo, via logo o erro em que estava. Isso ter-lhe-ia evitado aquela notazinha do final do artigo, que me fez lembrar aquela outra nota do final dum livro que apareceu há tempos, escrito por um imortal, secretário de imortais: Onde no texto está batatas leia-se centeio!

Em segundo lugar, a *série* (na sua linguagem!) de estados por onde passa o *declive médio* (na sua linguagem!) por cada onda completa, não é a que indica, mas sim o conjunto de *todos* os números reais compreendidos entre -1 e $+1$ (extremos compreendidos).

Em terceiro lugar, a sua definição de tangente está errada, porque incompleta; falta-lhe uma condição essencial — que a posição limite não dependa da posição inicial do ponto p' em relação ao ponto p nem da maneira pela qual p' tende para p . Se tivesse reparado nisso, teria visto que uma simples *ogiva* exemplifica uma função sem deri-

vada num ponto, e assim não teria cometido parte do erro que aponto a seguir.

Em quarto lugar, *last but not least*, o exemplo foi assaz mal escolhido pois, por um lado a não existência de derivada num ponto não é, em geral, o correspondente inteligível de curvas no género da da sua figura (mesmo para as imagens de funções contínuas) e, por outro lado, há curvas desse género para as quais há derivada em todos os pontos — por exemplo, a curva de equação

$$y = x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x}, y(0) = 0.$$

Mas voltemos à tradução *mediata* e *imediata*. Diz o meu Amigo que se podem apresentar dois casos quanto à tradução duma equação no domínio do sensível — ou essa tradução é possível duma maneira *directa*, e então imagem e equação encontram-se em degraus *sucessivos* duma escada de *Formas*; ou não é, e então encontram-se em *degraus com intervalo* — acima da imagem está o limite da imagem (*Forma intermédia*) e acima desse limite a equação. Peço-lhe que me faça estas coisas simples:

a) Que aplique esta interpretação à equação que eu lhe dei $y^2 \cdot \log \cos x - 1 = 0$, e que me diga *concretamente*, para nos não perdermos em jogos de palavras: qual é a tradução imperfeita, qual é a Forma intermédia.

b) Que me faça o mesmo para a função $\begin{cases} x \text{ racional} & \longrightarrow Y = 1 \\ x \text{ irracional} & \longrightarrow Y = 0. \end{cases}$ de Dirichelet definida no intervalo fechado $(0, 1)$:

c) Que me diga se acha ou não possível que entre a primeira tradução imperfeita e o limite da imagem haja curvas a que seja possível ligar uma equação e, no caso afirmativo, como se situam essas equações: umas em relação às outras, em relação às suas imagens, e em relação à primeira equação; se quizesse dar um exemplo concreto seria óptimo; o do seu texto serve, se o acompanhar das equações respectivas.

Fico, por consequência, com a minha apreciação suspensa sobre a teoria da tradução *mediata* e *imediata*; não a quero dar sem ter informação completa.

Mas uma coisa quero dizer desde já — há uma das suas afirmações que não posso aceitar tal como está posta. Diz o meu Amigo que «se nos dessem uma equação qualquer a que nem imagens imperfeitas nos fosse possível ligar, estaríamos em presença de um inteligível puríssimo». Esta passagem parece sugerir que há inteligíveis de grau de pureza diferente (por exemplo, *inteligíveis*, *inteligíveis puros*, *inteligíveis puríssimos*, ou qualquer classificação ainda mais complicada, sabe-se lá). Não me repugna aceitar em princípio tal coisa mas o que me repugna é que tal classificação seja feita tomando como base o que se passa no domínio do sensível. Que os inteligíveis se ordenem em graus diferentes por meio de relações de inteligibilidade de uns com outros, compreendo; agora que o façam por virtude de terem ou não representação no sensível, no *caos das sensações imperfeitas*, é o que me não parece justificado.

5. Passemos às *Equações Diferenciais*. À minha afirmação de que a Análise Infinitesimal não é de inspiração platoniana mas, se alguma lhe devamos adscrever, heracliteana, respondeu o meu Amigo com uma argumentação da qual a primeira parte nada tem que ver com o que afirmei. Com efeito, eu escrevi que «foi o *devir* que passou a ser tomado como fonte de conhecimento da realidade fluente» e o meu Amigo respondeu como se eu tivesse escrito que o «*devir é no Cálculo a fonte do conhecimento*».

A segunda parte da argumentação tende a provar que a Física Matemática, no seu recurso às Equações Diferenciais, é uma ilustração cabal, perfeita, da filosofia platoniana. Vejamos. Seja $y = f(x)$ a lei dum fenómeno natural em que se acham interessadas as duas grandezas Y e X de que y e x são símbolos representativos de conjuntos de valores correspondentes.

A derivada $f'(x)$ representa, como é bem sabido, a taxa instantânea de variação da grandeza Y . Quando se põe uma equação diferencial $\varphi(x, y, y') = 0$ interessando x , y e y' e se pede a sua integração, isso corresponde matematicamente ao seguinte problema—determinar a função $y = f(x)$, posta sobre a sua derivada, taxa instantânea de variação, a hipótese $\varphi(x, y, y') = 0$. Não há aqui nada de Unidades Unificadoras nem de Formas do Bem, nem de qualquer outra metafísica, seme-

lhante ou dispar. Há apenas um método de determinação da realidade fluente por meio duma hipótese sobre a sua variação. Que tem Platão que ver com isto?

É melhor estudarmos um caso concreto, para nos não perdermos em palavras. Seja um exemplo tirado da Demografia Matemática cujo objecto é diferente do da Física, mas cujo método é, no caso presente, o mesmo.

1.^a Fase. *Posição do problema* — Determinar uma função que represente a variação do número N de indivíduos duma dada região com o tempo t .

2.^a Fase. *Escolha do Método* — Façamos uma hipótese sobre a taxa instantânea de variação:

$$\frac{dN}{dt} = a_1 \cdot N + a_2 \cdot N^2.$$

3.^a Fase. *Cálculo* — Integremos esta equação diferencial; acha-se

$$N = \beta + \frac{\alpha}{1 + e^{a+bt}}$$

Tomando conta dos valores iniciais, determinam-se em seguida as constantes α , β , a , b .

4.^a Fase. *Verificação* — Procura-se se os valores observados durante um período largo concordam, dentro dos limites permitidos de aproximação, com os valores calculados. Se concordam, aceita-se a lei; se não concordam regeita-se (4) e toma-se outra hipótese sobre

$$\frac{dN}{dt'}$$

Podemos dizer-me duma maneira precisa quais as relações da filosofia de Platão com esta questão nas suas várias fases?

(4) O que aconteceu à lei *maltusiana*, deduzida duma equação diferencial diferente.

6. Eu sei, meu caro Amigo, que é muito difícil (hoje estou quase convencido de que é impossível) que nós nos ponhamos de acordo. Temos formações diferentes, hábitos mentais diferentes e falamos linguagens diferentes.

Quando o meu Amigo emprega, por exemplo, expressões tais como «o Uno Unificante», «a Origem das Origens», «a Unidade transcendental da apercepção no Eu», refere-se com certeza a coisas que são para si claras, ao passo que eu não chego a ver em tais expressões verbais mais que simples *flatus vocis*, porque não consigo ligar-lhes um sentido preciso.

Quando António Sérgio lança a afirmação peremptória de que «a Matemática, por sua natureza, é uma Ciência essencialmente platónica» fá-lo com certeza na satisfação de um pendor do seu espírito que vê nessa afirmação uma verdade geral de carácter indiscutível. Eu, habituado a ver como os homens de Ciência são prudentes nos seus juízos, dada a extrema dificuldade com que por vezes só ao longo de séculos de labor se consegue arrancar uma parcela de verdade, que logo a seguir é posta em dúvida, sou levado naturalmente a pôr essa afirmação de remissa, querendo analisar cuidadosamente os argumentos que se apresentam a seu favor, para só depois a aceitar ou rejeitar. Daí resultou logo um choque entre nós; o meu Amigo vendo na minha reserva uma sugestão velada da sua ignorância dessa Ciência; eu, nem perto nem longe dessa ideia, que na realidade me interessa muito pouco, manifestando apenas o meu cepticismo acerca do valor das generalizações apressadas e irresponsáveis mas, por espírito científico, que me faz ver sempre nas afirmações alheias uma possibilidade de razão, querendo observar a solidez dos argumentos apresentados.

Mas em nenhum ponto a nossa divergência de formações e hábitos mentais é mais nítida do que na maneira pela qual cada um de nós encara o valor da filosofia de Platão.

Para si, Platão foi um homem em cuja mente se realizou a previsão de todo o desenrolar da Ciência (fala-nos, por exemplo, na «realização do programa científico que Platão antecipou na *República*»), encara-o como um produtor de verdades permanentes fora das contingências do espaço e do tempo.

Para mim, essa concepção carece de base científica e até de

sentido. Para apreciar Platão, começo por integrá-lo no seu ambiente histórico, encaro-o como um dos factores do complexo processo social do seu tempo, vejo-o simultâneamente como um ponto de chegada e um ponto de partida, como um herdeiro e um reelaborador, sujeito ao ambiente da sua época e da sua terra, passível de todas as suas limitações. E que vejo eu?

Vejo Platão como um momento da evolução do mundo grego antigo, em que no campo social se desenrolava uma luta áspera entre duas concepções políticas encarnadas, em largo, por duas classes; em que no campo intelectual se vivia já há muito a luta *materialismo-idealismo*; duplo drama que ele viveu intensamente e de que representou um dos episódios culminantes de toda a história da civilização.

A sua inteligência poderosa conseguiu realizar um sistema de grande unidade interior em que, construindo uma superestrutura idealista, deu satisfação às suas aspirações de homem-de-classe. Daí a sua *Teoria do Conhecimento*, na qual o meu Amigo vê os moldes perfeitos em que vai desenrolar-se toda a evolução da Ciência e em que eu não consigo ver mais que um estado dessa evolução, largamente ultrapassado, nos seus temas e construção lógica, pela Ciência Moderna.

Efectivamente Platão, partindo do dilema da imutabilidade lógica da filosofia eleática (onde se encontra já como *motivo* a oposição da *opinião* à *palavra da verdade*) e do *permanente fluxo* da filosofia heracliteana, obtém uma solução de compromisso na sua *Teoria das Formas* em cujo aperfeiçoamento trabalha até à morte. Aperfeiçoamento necessário, entre outras razões, pelas dificuldades inerentes à existência das *Formas separadas*, preocupação de que os diálogos da última fase nos dão abundantes provas.

E porque digo eu que a sua *Teoria do Conhecimento* satisfaz as aspirações do homem-de-classe? Pela tendência à evasão da realidade sensível, ao refúgio num mundo da imutabilidade lógica, sublimação do desejo de imutabilidade social; pelo papel inferior que nessa Teoria desempenham os sentidos, directamente ligados à observação do sensível, à técnica — agente de transformação. Toda a sua obra respira o desdém aristocrático pelos sentidos e pelas artes manuais que lhes estão ligadas.

Na sua *Teoria do Conhecimento* essa degradação dos sentidos é

manifesta. Que método, com efeito, nos preconiza ele para atingir a verdade? Primeiro elevar-se acima do mundo do sensível, do domínio da *opinião*, exercitando-se no cultivo das ciências: aritmética, geometria, astronomia e música, por meio das quais se atinge o *conhecimento raciocinado*, intermediário entre a *convicção* e a *inteligência pura*. Depois recorrer à *dialéctica* que permite finalmente atingir esta.

Como concebe ele a dialéctica? citemo-la da *República*: «*Aquele que se aplica à dialéctica que, sem nenhuma intervenção dos sentidos, se eleva, pela razão só, até à essência das coisas e continua as suas investigações até que tenha apreendido pelo pensamento a essência do bem, esse atingiu o termo da ordem inteligível, como aquele que vê o Sol chegou ao termo da ordem visível*».

«*Tu distinguirás, pondo-os à prova pela dialéctica, aqueles que sem o socorro dos olhos nem dos outros sentidos, são capazes de se elevar até ao conhecimento do Ser só pela força da verdade*».

«*Parece-te portanto que a dialéctica é o fecho e a cúpula das ciências, que não há nenhuma que se lhe possa colocar acima, e que ela fecha a série das Ciências? Sim*».

Na Ciência Moderna as coisas estão longe de se passar assim, já que ela não pretende atingir a *verdadeira essência* nem *verdades absolutas*, de que não tem que curar, já pelo papel creador que nela desempenha a *experimentação* em todos os níveis do processo do conhecimento.

Na minha *Resposta* falei em «*interacção da Teoria e da Experiência*» e o meu Amigo tomou essa expressão em sentido defeituoso e inexacto, inferindo das minhas afirmações que eu considerava teoria e experiência «*separadas uma da outra, como dois absolutos que se defrontam*». Eu creio ser bem claro que a própria ideia de *interacção* exclue a de absolutos separados e vai mas é contra a pretensão da filosofia platónica de que os sentidos, pela *experimentação*, actuam até um certo estado do conhecimento para se demitirem logo a seguir em favor da dialéctica pura, em favor duma *evasão* da realidade em que mergulhamos.

Que a *experimentação* actua em todos os níveis do processo do conhecimento, mostra-o com evidência uma Ciência que se está construindo sob os nossos olhos — a Genética — mostra-o com a mesma

evidência a incessante transformação do mundo racional da Física, em que as ideias são substituídas umas por outras, nascem, vivem e morrem, pelo processo de contradição e síntese, accionado pela experimentação. É já um lugar comum dizer-se que em Ciência a verdade de hoje é o erro de amanhã, mas pode acrescentar-se que por vezes volta a ser, sob uma forma mais larga, a verdade de depois d'amanhã (veja-se por exemplo a história das teorias da luz e as vicissitudes da ideia do *primado do número*). Em cada étape de renovação da construção teórica nas Ciências da natureza não encontramos nenhum critério metafísico de aproximação a *verdades absolutas* ou *verdadeiras essências*, mas a experimentação a impor a escolha do caminho novo na encruzilhada.

Nada mais distinto portanto do mundo racional criado pela Ciência Moderna do que o mundo racional da filosofia platónica. Platão procurou no mundo das *Formas* um mundo da *invariabilidade lógica*, um mundo do *absoluto*, da *imutabilidade*, subordinado ao misticismo obscuro da *Forma do Bem*. A Ciência Moderna construe um mundo teórico em *dever*, um mundo de verdades *relativas*, porque correlacionadas a um dado estado do processo histórico, um mundo sem *Causa* nem *Fim*.

O primeiro é um mundo da *evasão*, o segundo um mundo da *luta*. Entre os dois, nenhum ponto de contacto, nenhum compromisso.

Meu caro amigo. Eu sei bem que o não convenço com as minhas razões e o não trago a aceitar os meus pontos de vista. Para que lhe disse então tudo isto? Talvez apenas para lhe mostrar a convicção em que começo a estar da fraca utilidade da continuação da nossa conversa neste pé, dadas as linguagens diferentes que falamos.

O que não quer dizer, evidentemente, que eu não volte a escrever-lhe, se o meu Amigo, libertado das *impertinências pedagógicas* de Sérgio-polemicante, se resolver a discutir *cientificamente* os argumentos científicos que deixo postos nesta carta.