

Resposta a uma crítica

No último número de *Vértice* publicou António Sérgio a sua «Nota a um passo de uma introdução a Berkeley» na qual se contém uma crítica a ideias por mim expostas no vol. 2.º dos *Conceitos Fundamentais da Matemática*.

Parece-me útil debater certos pontos de vista apresentados nessa Nota e por isso, que não pelo simples desejo de defesa, resolvi pedir a hospitalidade das páginas de *Vértice*.

1. Começo por uma questão que é a menos importante de todas mas foi a que deu origem à crítica. Acusa-me António Sérgio de me não ter defendido «da perfídia da palavra *forma*» tomada por mim «em sentido absoluto e empregada ambígua e confusamente». «O platonismo», continua António Sérgio, «não tem culpa alguma de que traduzamos εἶδος pelo termo «forma» e de que este sugira aos actuais portugueses o pensamento de alguma coisa absoluta e sensível consistentes nas figuras da Geometria».

Ora eu sinto-me inteiramente inocente da acusação que me é feita. Precisamente para evitar qualquer confusão no espírito do leitor, entre o termo *forma*, empregado no sentido corrente de «aparência visível», «configuração», e a *Forma* no sentido platoniano do termo tive o cuidado de fazer no referido livro o que fiz agora, isto é, de escrever *Forma* com maiúscula *todas as vezes que me referia ao εἶδος platoniano*. Que essa precaução não foi suficiente, mostra-o a acusação que agora me é lançada de uma confusão que não fiz; por isso, se o livro vier a ter nova edição, procurarei tornar a coisa ainda mais evidente.

No entanto, o que lá está parecia-me já suficientemente claro. Expus a teoria das *Formas* ou *Ideias* de Platão procurando mostrar qual a ambiência social em que ela nasceu, qual a sua característica fundamental — a procura dum permanente de que a realidade sensível fornece apenas imagens — e a sua preocupação primeira — criar um

objecto do pensamento, uma realidade intelectual, sobreposta ao sensível, sujeito ao *dever* (pág. 91-101).

Em seguida fui ver como a doutrina de Platão operava para a criação de um sistema do mundo e analisei o que a esse respeito se contém no *Timeo*. Comentando uma das características desse sistema (pág. 107-109) — procurar uma explicação das transformações dos chamados quatro elementos uns nos outros pela atribuição a cada um de figuras geométricas — escrevi que era inteiramente natural que assim fosse dentro do sistema de Platão (que em tudo procura o *permanente*, o que *guarda a sua identidade*) visto que a figura geométrica é mais própria a dar uma exemplificação do *permanente*, a *guardar a sua identidade*, do que os «elementos» — terra, ar, água e fogo — que a observação parece mostrar transformarem-se uns nos outros.

Houve portanto aqui apenas uma tentativa minha de mostrar a coerência do pensamento de Platão; não vejo em que haja nisto confusão e ambiguidade.

Mais adiante (pág. 121 e seg.) ao estudar as relações da Álgebra com a Geometria, e ao referir-me ao retorno à ideia do primado do número e à Geometria Analítica, afirmei que por meio desta se obtém uma explicação quantitativa da *forma* (agora, aqui, e lá! com *minúscula*) isto é, da «aparência visível», da «configuração» da figura e não apenas das suas dimensões.

Onde há aqui confusão entre a *forma* no sentido corrente e o εἶδος platoniano? Estou certo de que se António Sérgio reler atentamente todo o capítulo em questão, não deixará de lealmente reconhecer que me acusou de delito que não cometi.

2. Diz o meu ilustre crítico que «afirmar a ideia do primado do número significa precisamente repetir Platão, cuja tese característica é a do primado do inteligível, das relações unificadas em sistema, sobre o caos dos sensíveis, inconexos e instáveis».

«Afirmar a ideia do primado do número significa precisamente repetir Platão» eis uma proposição de enorme responsabilidade em História da Ciência e que gostaria de ver amplamente justificada.

Para isso será preciso:

1.º Provar que Platão tinha uma ideia clara de número, não

esquecendo que para Platão este problema se põe num plano muito diferente do dos pitagóricos. A descoberta do fenómeno da incomensurabilidade é pelo menos de um século anterior a Platão.

2.º Provar que, em hipótese afirmativa, Platão afirmou *de facto*, a ideia do *primado do número*. Que em qualquer texto dele se encontra, em relação à nova ideia de número, que o intervalo de um século permitiria ter elaborado, qualquer coisa de semelhante àquela afirmação da escola pitagórica de que *todas as coisas têm um número e nada se pode compreender sem o número*.

3.º Ou então provar que a simples afirmação do primado do inteligível pressupõe a afirmação do primado da relação numérica, isto é, que não há inteligibilidade fora do domínio da relação numérica.

3. Há uma fonte de confusão possível nesta minha conversa com António Sérgio. É que, na passagem incriminada dos *Conceitos Fundamentais da Matemática*, eu coloquei-me num ponto de vista estritamente histórico. Ao falar de Platão, procurei expor o que foi o seu pensamento, através do que ele escreveu ou do que escreveram a seu respeito e da sua influência os comentadores dignos de crédito.

O ponto de vista de António Sérgio parece-me diferente. Como platoniano que é, e tão platoniano que não receia anunciar o que diria Platão se reaparecesse no mundo 2.300 anos depois de morrer, não lhe interessa destrinçar o que é pròpriamente de Platão daquilo que pode ser a opinião de um platoniano do século XX.

Para fugirmos à confusão que daí pode resultar, e uma vez que atrás ficam levantadas já algumas questões referentes ao pensamento do próprio Platão, vou agora ocupar-me do que na referida Nota é indubitavelmente de António Sérgio. Daqui por diante são portanto opiniões do platoniano António Sérgio que vou discutir.

4. A primeira dessas opiniões é a de que, como escreve na Nota, «o verdadeiro platonismo é essencialmente matemático; e a matemática, por sua natureza, uma ciência de carácter essencialmente platónico».

A primeira parte desta afirmação não me interessa; ocupemo-nos da segunda.

Ao cabo de muitos anos de comércio quotidiano com a Matemá-

tica e de meditação longa sobre alguns dos seus problemas, se alguma coisa aprendi de certeza foi isto — trata-se de uma ciência de tal vastidão que não estou convencido de que exista hoje algum matemático em condições de a abraçar inteira e, por consequência, de emitir sobre o seu carácter um juízo que seja válido para ela em conjunto.

Que António Sérgio se abalance a tomar sobre si tal responsabilidade, lá terá com certeza as suas razões, que não discuto. Mas uma coisa lhe posso dizer desde já — é que os exemplos que, em apoio da sua tese, dá na referida Nota são todos muito mal escolhidos; nenhum deles prova nada a respeito do pretendido carácter platoniano da matemática.

Vejamos, com efeito.

«A operação aritmética constitue a *sombra* da qual é *forma* a operação algébrica».

Que quer António Sérgio dizer com isto? Que são a *operação aritmética* e a *operação algébrica*?

Nada, que me conste. Conheço, como toda a gente, um conjunto de operações definidas sobre entidades de várias naturezas: aritmética, algébrica, etc., e caracterizadas por um conjunto de propriedades que faz de cada operação, em cada caso, um objecto estável do pensamento, mais estável do que qualquer das *Formas* de Platão — Bem, Beleza, Justiça, etc.

Não há, de modo nenhum, de umas a outras operações desigualdade de perfeição, de estabilidade mental, de grau de inteligibilidade, que dê o direito de estabelecer entre elas relações de *sombra* a *Forma*. E muito menos há o direito de falar de a *operação aritmética* ou a *operação algébrica*, entidades inexistentes em Matemática. Nem sequer se pode falar, por exemplo, de a *multiplicação*, uma vez que esta operação, conforme as entidades sobre que é definida, tem ou não tem certas propriedades; definem-se, por exemplo, multiplicações que não são comutativas e que admitem divisores de zero.

A afirmação transcrita, que envolve entidades inexistentes, é portanto privada de significado.

Aqui, não posso deixar de usar de severidade para com António Sérgio. Um homem que sai ao caminho do transeunte pacífico, acusando-o de *ambiguidade* e *confusão* deveria, mais do que nenhum outro,

evitar o recurso a expressões que, por serem destituídas de significação, não podem ter outro resultado que não seja confundir as ideias dos seus leitores.

Outro exemplo: «O número inteiro, o número racional, o número real, apresentam uma série de *sombras* e *formas* onde o segundo é *forma* em relação ao primeiro e *sombra* em relação ao número real».

O número inteiro *sombra* do número racional porquê? Que há, do ponto de vista do grau de inteligibilidade, que os distinga? Se os números racionais são *Formas* de que os inteiros são *sombras*, deve haver, correspondente a cada racional, um conjunto de inteiros que sejam as suas *sombras*, as suas cópias — quais são, por exemplo, os inteiros *sombras* do número $\frac{3}{4}$? Ou os reais *sombras* do número i ?

Do ponto de vista matemático, nada distingue, no que respeita à estabilidade mental, ao grau de inteligibilidade, os números inteiros dos números racionais ou estes dos reais; apenas os segundos são mais gerais do que os primeiros, mas isso é outra questão. As relações de generalidade entre os quatro conjuntos: (I) dos números inteiros, (R) dos números racionais, (\bar{R}) dos números reais e (C) dos números complexos a duas unidades, são descritas pela seguinte proposição: *na cadeia* (I) \rightarrow (R) \rightarrow (\bar{R}) \rightarrow (C) *cada conjunto é isomorfo a um sub-conjunto daquele que o segue*. E esta proposição é tão clara, descreve de uma maneira tão simples e rigorosa as relações de uns a outros, que qualquer tentativa de introduzir nessas relações ideias vagas e confusas de *sombra* a *Forma*, de *imagem* a *objecto à luz do Sol*, de *graus progressivos de formosura*, não pode deixar de ser vista como uma conspurcação, o lançar da confusão naquilo que é claro, simples e preciso.

«A marcha científica... do número inteiro ao imaginário, seguiu o rumo que nos inculcou Platão: cada vez mais distante da representação no espaço, cada vez mais longínquos das iniciais sensações e marchando de costas para o que é sensível».

Ainda aqui não posso de modo nenhum concordar com António Sérgio. Os números complexos a duas unidades admitem uma representação geométrica mais geral, mas tão simples e intuitiva como a dos números reais. Foi até a facilidade e simplicidade dessa representação que venceu as últimas resistências à entrada dos complexos na cidadania

dos números e que contribuiu para aperfeiçoar a sua teoria. As coisas passaram-se portanto ao contrário do que supõe António Sérgio.

Igualmente inexacta é a sua afirmação de que a marcha científica se faz «marchando de costas para o que é sensível». A marcha científica não se faz, nem deixa de se fazer, de costas para o sensível. Faz-se na medida em que os problemas se põem e usando, para os resolver, dos instrumentos, sensíveis ou mentais, de que se pode deitar mão. Se António Sérgio lançar uma vista de olhos para a História da Astronomia, por exemplo, notará com certeza que o progresso nela introduzido pela luneta de Galileu se não fez «de costas para o sensível». Como este podia citar-lhe dúzias de exemplos. A Ciência não marcha de acordo com um plano lógico pré-estabelecido, marcha aos repelões, à medida das necessidades dos homens. A ordenação lógica vem mais tarde, quando há tempo para isso, numa pausa entre duas arrancadas.

Nem mesmo na Matemática, onde seria talvez de esperar um desenvolvimento de acordo com um plano, isso se observa. Do número inteiro ao número complexo vai um longo caminho, mas que de modo nenhum foi percorrido no sentido lógico de *menos-geral* para *mais-geral*. Trabalhou-se com números complexos três séculos antes de se ter uma ideia clara do que eram os números reais e até — coisa absurda à primeira vista! — antes de se saber bem o que eram os números negativos. Cinquenta anos antes da *Geometria* de Descartes, em que se chama *falsas* às raízes negativas das equações, já Bombelli calculava tranquilamente raízes quadradas de números negativos.

Examinemos por fim o quarto exemplo que é o exemplo central da Nota — a equação duma curva é a *Forma* em relação à figura, que é a sua *sombra*.

Esta afirmação é, à primeira vista pelo menos, melhor sustentável que as outras e conduz no fundo a uma afirmação de superioridade da nossa capacidade intelectual da relação numérica sobre a nossa capacidade imaginativa da figura. Mas deu-se António Sérgio conta, ao emitir este juízo, das dificuldades que lhe estão inerentes? Em primeiro lugar, admitindo que nós nos pomos de acordo sobre o que é uma *curva*, questão que me não parece que esteja ainda resolvida pelos matemáticos (ver a este respeito, por exemplo, *Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften, Die Begriffe Linie und Fläche*, H. Man-

goldt, III, I, I) uma curva não tem apenas uma equação, tem uma infinidade delas, dependentes da escolha do sistema de referência; teremos, assim, uma mesma *sombra* com uma infinidade de *Formas*, o que me parece complicar um pouco a técnica platoniana.

Além disso, as relações de uma equação a duas variáveis em geometria plana com a sua imagem geométrica são por vezes tão complicadas que se me afigura difícil que elas caibam no simples enunciado duma relação de *sombra* a *Forma* em linguagem platoniana. Quer António Sérgio ajudar-me a esclarecer estas dúvidas? E dizer-me, por exemplo, como cabe no quadro de relações de *sombra* a *Forma* platonianas a relação da equação

$$y^2 \cdot \log \cos x - 1 = 0$$

à sua imagem-sombra-aparência?

5. Dificuldades não menos sérias me parece levantar a afirmação arrojada que António Sérgio faz acerca da Física: «a Física inimaginável de um Einstein é exemplo nitidíssimo da orientação platónica».

A Física de Einstein inimaginável? Qual Física? A teoria da relatividade restrita? A da relatividade geral? E inimagináveis, porquê?

Mas, quando se fala de Física e de Platão, uma questão existe que, julgo, suplanta estas todas. Eu creio que só se pode afirmar que a evolução da Física se faz no sentido platoniano sob uma condição, e essa é esquecer precisamente o que há de mais fundamental, de mais essencial no pensamento de Platão.

Efectivamente, se alguma coisa caracteriza a Física post-galileana é a interacção da teoria e da experiência, o reconhecimento da unidade do pensamento e da acção, que a faz tomar sempre como critério de valor duma teoria o seu acordo com os resultados da observação, que não reconhece verdade onde não haja confirmação da experiência.

É claro que a *experiência* é já de si racionalizada, orientada por uma condução teórica, mas no fundo tudo se resolve numa medição, numa observação sensorial e sua interpretação, enfim, numa operação em que o raciocínio actua sobre dados dos sentidos.

É isto compatível com a raiz do pensamento de Platão? Aquele Platão que escreveu no *Fedon*: «E, portanto, esse resultado (o conhecimento das coisas) quem o realizará na sua maior pureza senão aquele que no mais alto grau possível usar, para se aproximar de cada coisa, só do pensamento, sem recorrer no acto de pensar, nem à vista nem a qualquer outro sentido, sem arrastar consigo nenhum em companhia do raciocínio? Aquele que por meio do pensamento em si mesmo e por si mesmo, e sem mistura, se atirar à caça das realidades, de cada uma em si mesma também e por si mesma e sem mistura? E isso depois de se ter, o mais possível, desembaraçado dos olhos, dos ouvidos, e para bem dizer do corpo inteiro, pois que é ele que perturba a alma e a impede de adquirir verdade e pensamento, todas as vezes que ela se põe em relação com ele?»

E ainda «quanto tivermos o nosso corpo, e a nossa alma estiver amalgamada com esta coisa má, jamais possuiremos à vontade o objecto do nosso desejo e esse objecto é a verdade».

Como pode estabelecer-se o acordo desta concepção com a evolução duma ciência em que a aquisição da verdade está a todo o momento dependente da acção conjugada da inteligência e dos sentidos? da dupla actividade criadora, em interacção, do raciocínio e da observação?

Platão foi inteiramente coerente consigo próprio ao tirar como consequência lógica da sua doutrina, a necessidade da preparação do filósofo para a morte: «Se, com efeito, é impossível, na união com o corpo, conhecer alguma coisa puramente, de duas uma; ou não nos é dado de maneira nenhuma conhecer o saber, ou então só depois de morto é isso possível, porque é só então que a alma está em si mesma e por si mesma, à parte do corpo, mas não antes». (*Fedon*, 66e).

Onde me parece não haver coerência é no pretender estender uma filosofia da morte à interpretação duma ciência feita por vivos e para vivos, no pretender harmonizar dois racionalismos que são, de raiz, diferentes.

6. Mesmo que esta questão fundamental não existisse, haveria ainda que examinar o valor da teoria da hierarquia das *Formas*, descrita por António Sérgio na sua Nota, como quadro interpretativo da evolu-

ção da Ciência. Não podemos desprender-nos aqui dum critério de utilidade. A uma interpretação filosófica da Ciência pedimos mais alguma coisa do que ser um simples quadro que permita uma arrumação *a posteriori* de conceitos. Pedimos-lhe que nos forneça um instrumento de ataque na penetração do desconhecido. Não queremos colocar-nos na situação do padre da anedota americana que, ao olhar para os belos feijões já criados, via neles uma magnífica prova da ajuda divina; é-nos mister pormo-nos na situação do hortelão, que só encontrou pedras na horta enquanto Deus lá cavou sozinho.

Ora eu vou dar uma exemplificação da eficiência duma interpretação filosófica que por muitos aspectos se opõe à de Platão.

Trata-se da debatida questão da *fluência* e da *permanência*. Que a realidade sensível em que estamos mergulhados é de natureza *fluente* ninguém, creio eu, o contesta; que o pensamento, para poder exercer-se, tem de tomar certos permanentes para seu objecto, ninguém também o contesta; que a própria concepção do nosso *eu* pressupõe um compromisso mental entre o *ser* e o *dever*, é hoje pouco mais que um lugar comum. Não é aí que está a questão. Esta reside no ponto de vista que se adopta em relação aos dois termos desse compromisso, naquele que se toma como base dum processo mental de interpretação da realidade. Sabemos a este respeito em que consiste o platonismo tal como Platão o construiu e, no livrinho que deu origem a esta conversa, procurei descrever algumas das suas consequências.

Vejamos agora o outro ponto de vista — aquele que toma o *dever* como base do processo mental. Demos a este respeito a palavra a alguém que tem grande autoridade para falar em Matemática — Jacques Hadamard: «...ce n'est pas seulement par la façon de traiter les problèmes, que la science mathématique moderne diffère de celle qui l'avait précédée: à partir de la Renaissance cette science a été transformée non seulement dans ses méthodes, mais dans son object même. On peut dire qu'un rôle précurseur, à cet égard, revient au philosophe grec Héraclite qui, au V^e siècle avant notre ère, enseignait que l'étude de l'être dans un état déterminé, ne se suffit pas à elle-même et doit, de toute nécessité, être complétée par celui du devenir; que la considération de celui-ci est indispensable à l'intelligence de celui-là. Cette intuition devinait la voie dans laquelle s'est précisément engagée la

Science mathématique dans les temps modernes. L'horizon qui s'ouvrait ainsi était infiniment plus vaste que celui qu'avaient exploré les grecs...» (*Encyclopédie Française*, tome I).

O instrumento de ataque cujo uso levou assim a uma completa revolução na ciência, é o método dos limites de que a noção de derivada constituiu uma das primeiras grandes realizações. Este método permitiu abordar o estudo da realidade, das *fluentes* na nomenclatura de Newton, através de hipóteses sobre a sua variação. Quer dizer, foi a variação, foi o *devir* que passou a ser tomado como fonte de conhecimento da realidade fluente. Da utilidade deste método falam mais de duzentos anos de Física Matemática, apoiada no recurso constante às Equações Diferenciais cujo significado não é outro que o que acabei de apontar.

Ao recordar aqui a inspiração heracliteana da Análise Infinitesimal, quero pôr em relevo que a afirmação de António Sérgio de que «a matemática é, por natureza, uma ciência de carácter essencialmente platónico» representa *pelo menos* uma expoliação. E o património das ideias constitui aquilo que de mais sagrado os homens podem legar uns aos outros.

(*Vértice*, Fasc. 5, N.ºs 22 a 26, Fevereiro de 1946)